



**Université de Franche-Comté
UFR des Sciences et Techniques**

**Licences
Mention Physique-Chimie
Mention EEA
2^{ème} année**

**Cours
Systèmes Optiques
Et
Notions de Photométrie**

Fabrice DEVAUX

SYSTEMES OPTIQUES ET NOTIONS DE PHOTOMETRIE

1. RAPPELS D’OPTIQUE GEOMETRIQUE	4
1.1 Condition de Gauss, stigmatisme et aplanétisme	4
1.2 Espace objet, espace image, caractère réel ou virtuel des objets et des images.....	5
1.3. Les lentilles minces.....	6
2. SYSTEMES CENTRES : ELEMENTS CARDINAUX.....	7
2.1 Plans principaux.....	7
2.2 Plans focaux.....	7
2.3 Distances focales.....	8
2.4 Points Nodaux	8
2.5 Eléments cardinaux d’un système centré.....	8
3. CONSTRUCTIONS DE L’IMAGE D’UN OBJET A TRAVERS UN SYSTEME CENTRE ET FORMULES DE CONJUGAISON.....	9
3.1 Constructions géométriques.....	9
3.2 Exemples de constructions	10
3.3 Relations de conjugaison et de grandissement	10
3.3.1 Relation de Newton.....	10
3.3.2 Relation de Descartes.....	11
4. ASSOCIATION DE SYSTEMES CENTRES	11
4.1 Association de deux systèmes centrés.....	11
4.1.1 Détermination géométrique des éléments cardinaux.....	11
4.1.2 Distances focales et vergence du système équivalent	12
4.2 Systèmes particuliers	13
4.2.1 Systèmes afocaux.....	13
4.2.2 Systèmes catadioptriques	13
5. LES INSTRUMENTS OPTIQUES	14
5.1 La loupe	14
5.2 Doublets et oculaires.....	15
5.2.1 Eléments cardinaux d’un doublet.....	15
5.2.2 Exemples de doublets	15

5.2.3 Les oculaires	16
5.3 Le microscope.....	16
5.4 Instrument d'observation à distance.....	17
5.4.1 Lunette astronomique.....	17
5.4.2 Lunette terrestre et lunette de Galilée	18
6. LES ABERRATIONS	18
6.1 L'aberration chromatique.....	18
6.1.1 Mise en évidence.....	18
6.1.2 Pouvoir dispersif des verres	19
6.1.3 L'achromatisme	19
6.2 Les aberrations géométriques.....	20
6.2.1 Classification des aberrations géométriques	20
6.2.2 L'aberration sphérique	21
6.2.3 Aberration de coma.....	22
6.2.4 Aberration d'astigmatisme.....	22
6.2.5 Aberration de courbure de champ.....	23
6.2.6 Aberration de distorsion.....	23
7. PHOTOMETRIE ET DETECTEURS.....	23
7.1 Grandeurs photométriques	23
7.1.2 Luminance.....	23
7.1.3 Intensité lumineuse	24
7.1.4 Emission d'une source.....	24
7.1.5 Eclairage ou irradiance	24
7.1.6 Étendues géométrique et optique d'un faisceau.....	25
7.2 Exemples de sources	25
7.2.1 Source thermique : le corps noir	25
7.2.2 Lampe spectrale	26
7.2.3 Les lasers.....	26
7.3 Les détecteurs.....	27
7.3.1 L'œil.....	27
7.3.2 La plaque photographique.....	27
7.3.3 Détecteurs à effet photoélectrique.....	27

1. Rappels d'optique géométrique

Le rôle des instruments d'optique est de fournir des représentations, appelées images, d'ensembles de points lumineux appelés objets. Les rayons lumineux issus de chaque point de l'objet subissent dans l'instrument une succession de réfractions ou de réflexions et interagissent avec un détecteur. Lorsque les rayons issus d'un point objet A émergent de l'instrument en convergeant vers un point A' unique, on dit que A' est l'image conjuguée de A ou que l'instrument est stigmatique pour le couple de points A et A'.

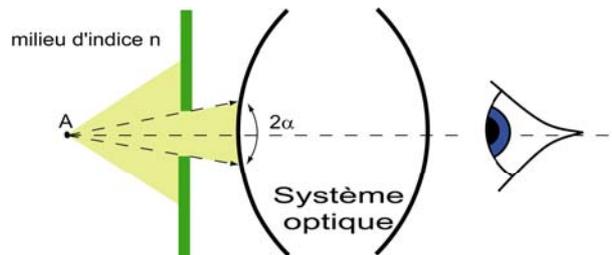
La plupart des instruments ne sont pas rigoureusement stigmatiques toutefois sous certaines conditions appelées « condition de Gauss », les instruments seront considérés comme fonctionnant avec un stigmatisme approché.

1.1 Condition de Gauss, stigmatisme et aplanétisme

Pour un système optique donné, le stigmatisme implique la stationnarité du chemin optique entre le point objet et son image quelque soit le trajet suivi par les rayons lumineux issus du point objet. Soit : $L_{AA'} = C^{ste}$. Seul quelques systèmes optiques sont rigoureusement stigmatiques et en général uniquement pour des couples de points particuliers.

Pour la plupart des autres systèmes qui ne sont pas rigoureusement stigmatiques, la formation d'une image de bonne qualité implique que ces systèmes vérifient les conditions de stigmatisme approché et que ce stigmatisme approché se conserve dans l'espace.

L'approximation de Gauss consiste à limiter physiquement l'étendue des faisceaux lumineux avec des trous (ou diaphragmes) afin de limiter les angles d'incidence et de conserver les rayons proches de l'axe : on parle alors de **rayons paraxiaux**.



Pour que le stigmatisme soit approché il faut se placer dans les conditions dites de Gauss c'est-à-dire avoir :

- des faisceaux peu ouverts,
- des angles d'incidence petits.

La conservation du stigmatisme approché dans l'espace implique une conservation du stigmatisme approché dans un plan perpendiculaire à l'axe du système. Cette considération appliquée au principe de Fermat permettent d'établir d'une part la loi des sinus d'Abbe qui exprime la notion d'aplanétisme tel que :

$$n \overline{AB} \sin \alpha = n' \overline{A'B'} \sin \alpha'$$

En introduisant le grandissement transversal $\gamma_T = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{y'}{y}$, la loi des sinus d'Abbe peut s'écrire :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} = \frac{n'}{n} \gamma_T$$

Dans l'approximation de Gauss le rapport $\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \gamma_\alpha$ s'appelle le grandissement angulaire.

L'équation précédente donne la relation dite de Lagrange-Helmholtz :

$$\frac{n'}{n} \gamma_T = \frac{1}{\gamma_\alpha} \text{ ou } \frac{n'}{n} \gamma_T \gamma_\alpha = 1$$

La conservation du stigmatisme approché dans l'espace implique aussi une conservation du stigmatisme approché le long de l'axe optique. Toujours grâce au principe de Fermat on établit la condition dite d'Herschel telle que :

$$n \overline{AC} \sin^2 \frac{\alpha}{2} = n' \overline{A'C'} \sin^2 \frac{\alpha'}{2}.$$

En introduisant le grandissement longitudinal $\gamma_L = \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{z'}{z}$, la condition d'Herschel s'écrit :

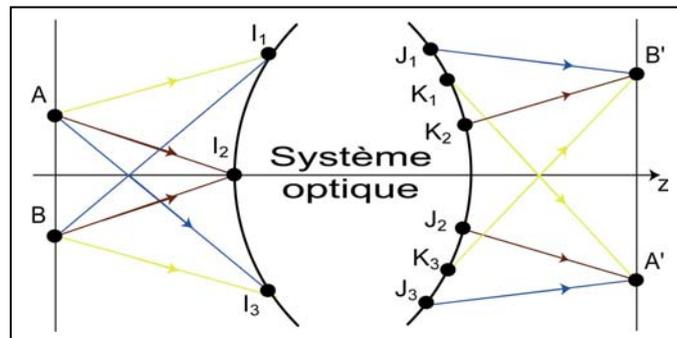
$$\frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha'}{2}} = \frac{n'}{n} \gamma_L$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, en considérant les angles comme petits il vient :

$$\frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\sin^2 \frac{\alpha'}{2}} = \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \right)^2 = \frac{n'}{n} \gamma_L = \left(\frac{n'}{n} \right)^2 \gamma_T^2.$$

Soit :

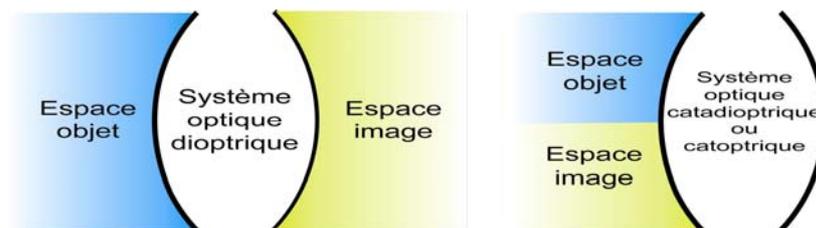
$$\gamma_L = \frac{n'}{n} \gamma_T^2.$$



1.2 Espace objet, espace image, caractère réel ou virtuel des objets et des images

Un système optique constitué uniquement de dioptrés transparents séparant des milieux homogènes transparents d'indices différents est appelé **système optique dioptrique**. Un système comportant au moins une surface réfléchissante est appelé **système catadioptrique** et un système de comportant que des surfaces réfléchissantes est appelé **système catoptrique**.

Pour chaque système optique on définit, en fonction du sens d'utilisation par rapport à la direction de propagation de la lumière, un dioptré d'entrée et un dioptré de sortie. Pour un système dioptrique, on définit comme **espace objet** l'espace se trouvant avant le dioptré d'entrée et **l'espace image**, l'espace qui se trouve au-delà du dioptré de sortie. Pour les systèmes catadioptrique et catoptrique, on définit comme **espace objet** et **l'espace image**, l'espace se trouvant avant le dioptré d'entrée.

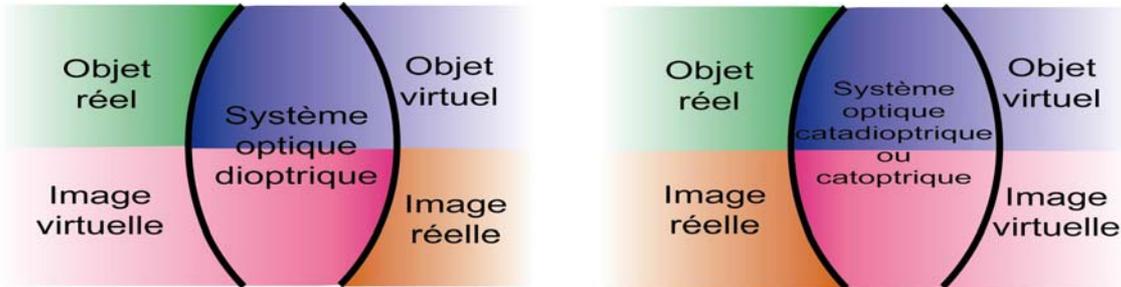


Un **objet est réel** si il existe physiquement. Pour qu'un système optique puisse en donner une image il doit se trouver dans l'espace objet.

Un **objet est virtuel** si il se trouve au-delà du dioptre d'entrée du système. Un tel objet peut-être obtenu lorsque que cet objet est une image produite par un autre système optique.

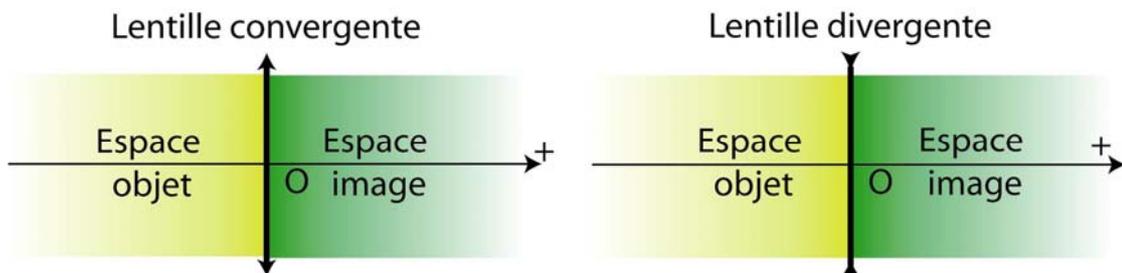
Une **image est réelle** si elle peut-être observée sur un support physique (écran, pellicule, rétine,...) dans l'espace image du système.

Une **image est virtuelle** lorsqu'elle se forme avant le dioptre de sortie du système (loupe, lame à faces parallèles).

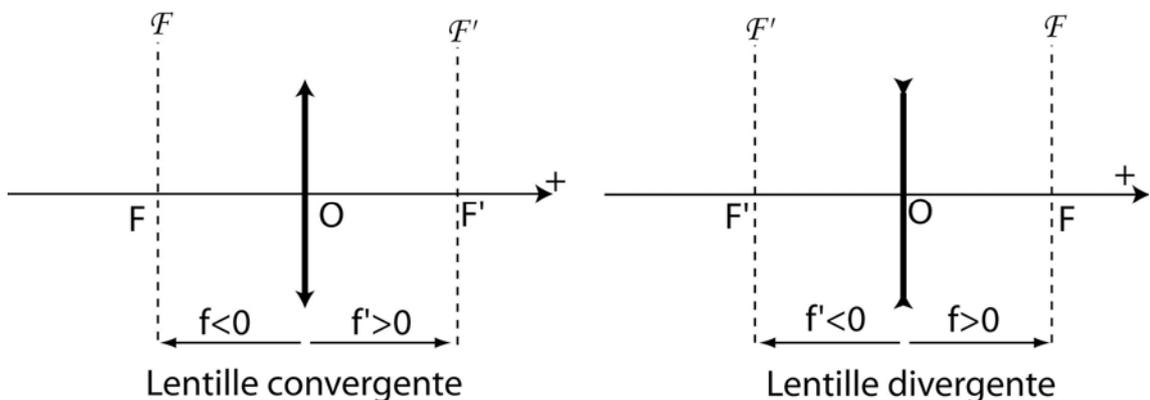


1.3. Les lentilles minces

Une **lentille** est un système optique constitué d'un milieu homogène transparent, d'indice n , limité par deux dioptres transparents dont un au moins est sphérique, l'autre pouvant être plan. Chacun des dioptres est défini par son centre de courbure C et son rayon R (respectivement R_1 et R_2). Les deux dioptres sont assemblés de telle sorte que les axes optiques des deux dioptres soient confondus en un seul axe. La lentille ainsi constituée est un **système centré**. On distingue les lentilles convergentes et les lentilles divergentes selon le signe de la vergence par les symboles suivants :



Compte tenu du sens de propagation de la lumière donné par le sens de l'axe optique, l'espace se trouvant avant la lentille est l'**espace objet** et l'espace qui se trouve après la lentille est l'**espace image**.



Comme la plupart des systèmes optiques usuels l'espace objet et l'espace image sont de l'air, la vergence de la lentille s'exprime :

$$V = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

et les distances focales objets et images sont données par :

$$\begin{cases} f = \overline{OF} = -\frac{1}{V} \\ f' = \overline{OF'} = \frac{1}{V} \end{cases}, f = -f'$$

Dans le cadre de l'approximation de Gauss nous avons établi la relation de conjugaison reliant la position de l'image A' en fonction de la position de l'objet A en prenant comme origine le centre optique O de la lentille (relation de conjugaison de Descartes) soit les foyers objet et image (relation de conjugaison de Newton). Le tableau suivant résume les relations de conjugaison et de grandissement.

	Descartes	Newton
Position de l'objet	$p = \overline{OA}$	$\sigma = \overline{FA}$
Position de l'image	$p' = \overline{OA'}$	$\sigma' = \overline{F'A'}$
Relation de conjugaison	$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$	$\sigma\sigma' = -f'^2$
Grandissement transversal	$\gamma_T = \frac{y'}{y} = \frac{p'}{p}$	$\gamma_T = \frac{y'}{y} = -\frac{\sigma'}{f'} = -\frac{f}{\sigma}$
Grandissement angulaire	$\gamma_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{p}{p'}$	$\gamma_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\sigma}{f} = -\frac{f'}{\sigma'}$
Grandissement longitudinal	$\gamma_L = \gamma_T^2$	$\gamma_L = \gamma_T^2$

2. Systèmes centrés : éléments cardinaux

Dans le cas des lentilles minces nous avons supposé que lorsque la distance entre les sommets des dioptries délimitant le système est petite devant les rayons de courbure des dioptries, il est possible de simplifier le système en supposant ces sommets confondus avec le centre optique de la lentille. Lorsque cette hypothèse n'est plus valable, ou que le système est constitué de plusieurs lentilles minces, il est nécessaire d'introduire les éléments cardinaux du système pour établir les relations de grandissements et de conjugaison entre l'objet et l'image à travers ce système.

Considérons un système centré quelconque de vergence V présentant un dioptre d'entrée Σ_e et un dioptre de sortie Σ_s . L'espace objet et l'espace image ont respectivement des indices de réfraction notés n_o et n_i .

2.1 Plans principaux

Les plans principaux objet et image sont des plans conjugués à travers le système tel que le grandissement transversal γ_T est égal à +1. Ces plans sont respectivement notés (H) et (H'). Ce couple de plan est unique. L'intersection entre ces plans et l'axe optique du système sont notés H et H' et sont appelés les *points principaux*. Tout rayon passant par un point I du plan principal objet passe par le point conjugué I' du plan principal image, tel que $\overline{HI} = \overline{H'I'}$.

2.2 Plans focaux

Les plans focaux objet et image sont notés respectivement (F) et (F'). L'intersection entre ces plans et l'axe optique du système notés F et F' sont appelés foyers objet et image du système que l'on définit comme pour les lentilles minces par :

- tout rayon incident issu de F émerge du système parallèlement à l'axe optique.
- Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge du système en passant ou semblant provenir de F'.

On constate que le plan principal objet est le lieu d'intersection entre un rayon passant par F et le rayon émergent parallèlement à l'axe et que le plan principal image est le lieu d'intersection entre un rayon incident parallèle à l'axe optique et le rayon émergent passant par F'.

2.3 Distances focales

Par définition les distances focales objet et image sont les quantités algébriques suivantes :

$$\begin{cases} f = \overline{HF} = -\frac{n_o}{V} \\ f' = \overline{H'F'} = \frac{n_i}{V} \end{cases}$$

Si les milieux extrêmes sont identiques, les distances focales objet et image sont opposées comme pour une lentille mince :

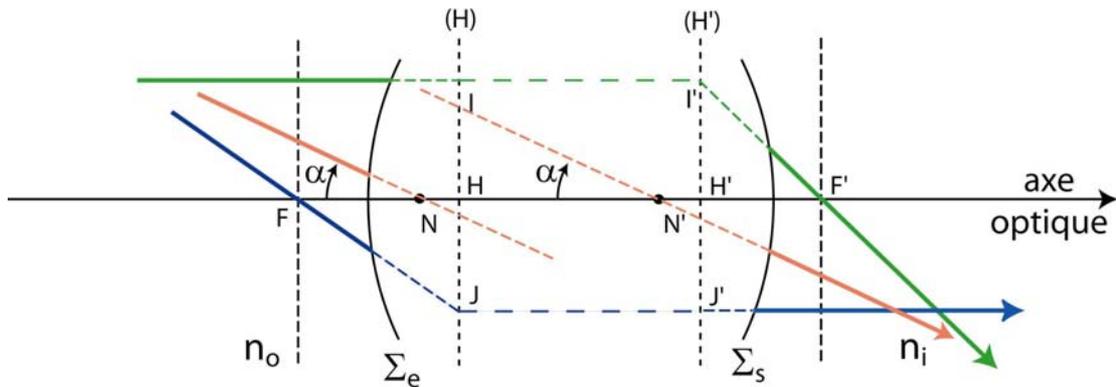
$$f = -f'$$

2.4 Points Nodaux

Les points nodaux objet et image notés N et N' sont des points conjugués de l'axe tels que tout rayon incident passant par N émerge du système parallèlement à sa direction d'incidence et passe ou semble passer par le point N'. La position de ces points nodaux est donnée par rapport au points principaux par les relations suivantes :

$$\overline{HN} = \overline{H'N'} = f + f'$$

Si les espaces objet et image sont de même indice alors $\overline{HN} = \overline{H'N'} = 0$. En conséquence N est confondu avec H et N' est confondu avec H'. Ce qui est le cas pour la plupart des systèmes optiques centrés usuels.



2.5 Eléments cardinaux d'un système centré

Les foyers, plans focaux, plans et points principaux et points nodaux constituent les *éléments cardinaux* du système. On montrera dans la suite que les propriétés des éléments cardinaux permettent de construire les trajets des rayons lumineux et de déterminer les positions des points conjugués, dans l'espace objet et dans l'espace image, en ignorant les surfaces et milieux réels du système. Ils simplifient ainsi considérablement ces opérations dans les cas où on a affaire à des systèmes complexes, comportant un nombre élevé de surfaces.

Remarque : Pour une lentille mince dans l'air les points principaux et nodaux sont confondus avec le centre optique O de la lentille et les plans focaux sont symétriques par rapport à O.

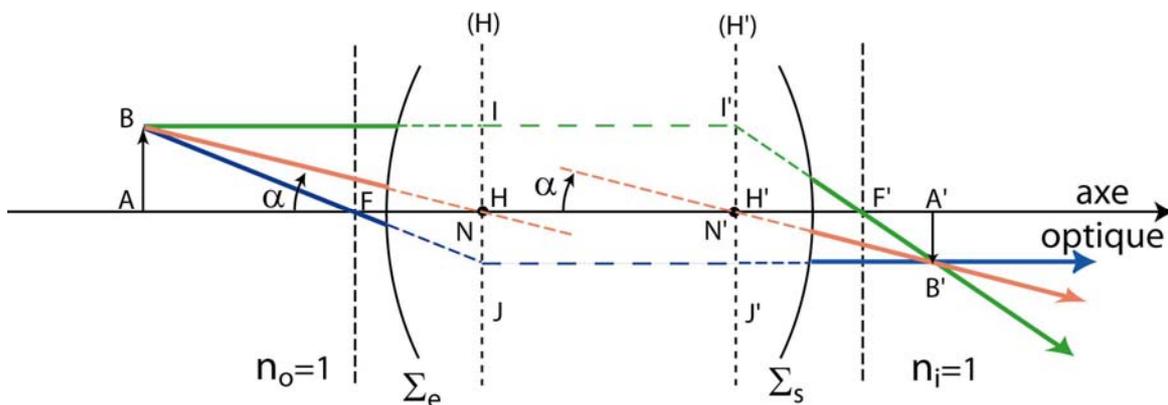
3. Constructions de l'image d'un objet à travers un système centré et formules de conjugaison

3.1 Constructions géométriques

Considérons un système centré utilisé dans l'air tel que $n_o=n_i=1$. Comme nous l'avons vu précédemment cela implique que les points nodaux sont confondus avec les points principaux et que $f=-f'$. Considérons un système convergent ($V>0$, $f' = \overline{H'F'} > 0$). Comme pour les lentilles minces, l'utilisation de deux rayons pour construire l'image d'un objet AB situé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique du système centré est suffisante pour construire l'image. Ces deux rayons peuvent être choisis parmi les trois rayons suivants :

- Un rayon issu de B se propageant parallèlement à l'axe optique et semblant passer par le point I dans le plan principal (H) est prolongé jusqu'au point I', conjugué de I, et passe par le foyer image F' ou semble provenir de F'.
- Un rayon issu de B semblant passer par N et formant un angle α avec l'axe optique ressort en passant par N' et est parallèle au rayon incident et forme aussi un angle α avec l'axe.
- Un rayon issu de B passant par F ou semblant provenir de F et passant par J dans le plan (H) est prolongé jusqu'à J', conjugué de J, est ressort du système parallèlement à l'axe optique.

A titre d'exemple on considère un système convergent et un objet réel.



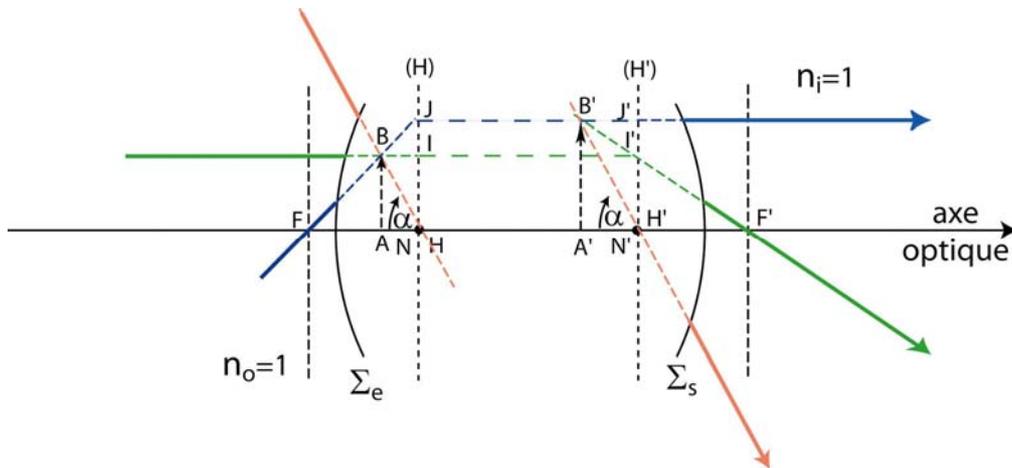
L'image B' du point B est alors donnée par l'intersection entre ces trois rayons émergents du système optique. Dans l'exemple choisi l'image est réelle.

Remarques :

- Les plans principaux d'un système centré ne sont pas nécessairement situés entre les dioptries d'entrée et de sortie du système.
- Le plan principal image peut se trouver avant le plan principal objet.
- Les foyers du système ne sont pas nécessairement réels.

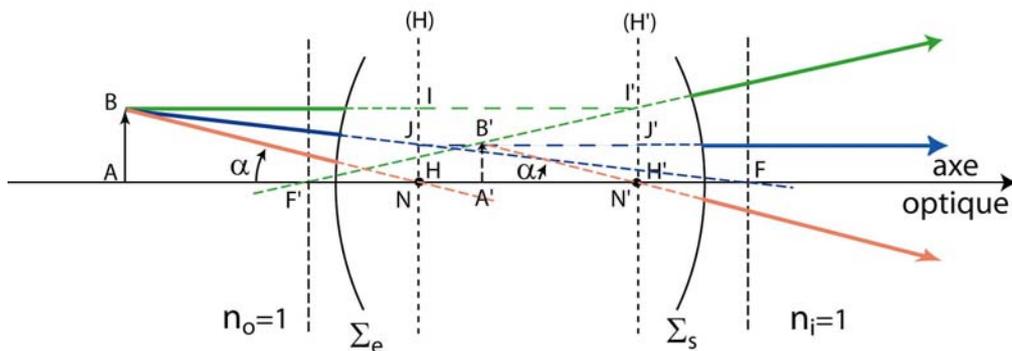
3.2 Exemples de constructions

- Système convergent, objet virtuel.



L'image est virtuelle.

- Système divergent, objet réel



L'image est virtuelle.

3.3 Relations de conjugaison et de grandissement

3.3.1 Relation de Newton

Du point de vue de Newton la position de l'objet et de l'image sont référencées par rapport au plan focaux du système. Posons les distances algébriques suivantes : $\sigma = \overline{FA}$ et $\sigma' = \overline{F'A'}$. De la construction on peut établir que :

$$\begin{cases} \frac{\overline{FA}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{HJ}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \\ \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'J'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \end{cases}$$

d'où $\frac{\overline{FA}}{\overline{FH}} = \frac{\overline{F'H'}}{\overline{F'A'}} \Rightarrow \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{HF} \cdot \overline{H'F'}$, soit $\sigma\sigma' = ff' = -f'^2$. Cette relation de conjugaison est

analogue à celle obtenue pour les lentilles minces.

Le grandissement transversal est donné par la relation suivante :

$$\gamma_T = \frac{y'}{y} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\sigma'}{f'} = -\frac{f}{\sigma}$$

D'après Lagrange-Helmholtz $\frac{n_i}{n_o} \gamma_T \gamma_\alpha = 1$, le grandissement angulaire s'exprime :

$$\gamma_\alpha = \frac{n_o}{n_i} \frac{1}{\gamma_T} = -\frac{n_o}{n_i} \frac{\sigma}{f} = \frac{V\sigma}{n_i} = \frac{\sigma}{f'} = \frac{f}{\sigma'}$$

Le grandissement longitudinal s'obtient en différentiant la relation de conjugaison : $\sigma' d\sigma + \sigma d\sigma' = 0$. D'où :

$$\gamma_L = \frac{d\sigma'}{d\sigma} = -\frac{\sigma'}{\sigma} = -\frac{ff'}{\sigma^2} = \gamma_T^2$$

3.3.2 Relation de Descartes

Du point de vu de Descartes la position de l'objet et de l'image sont référencées par rapport au plan principal du système. Posons les distances algébriques suivantes : $p = \overline{HA} = f + \sigma$ et $p' = \overline{H'A'} = f' + \sigma'$. En remplaçant σ et σ' dans la relation de Newton, on obtient :

$$\sigma\sigma' = (p - f)(p' - f') = -f'^2$$

D'où :

$$\frac{f'}{p'} + \frac{f}{p} = 1 \Rightarrow \frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

Les grandissements sont donnés par :

- grandissement transversal : $\gamma_T = \frac{y'}{y} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{p'}{p}$,
- grandissement longitudinal : $\gamma_L = \gamma_T^2 = \left(\frac{p'}{p}\right)^2$,
- grandissement angulaire : $\gamma_\alpha = \frac{1}{\gamma_T} = \frac{p}{p'}$.

4. Association de systèmes centrés

Lorsque l'on associe plusieurs systèmes centrés il est judicieux de définir le système centré équivalent, réduisant ainsi le système complet à ces éléments cardinaux. Il est alors simple pour la construction d'une image de considérer que les éléments cardinaux du système et d'utiliser les formules de conjugaison définies précédemment.

4.1 Association de deux systèmes centrés

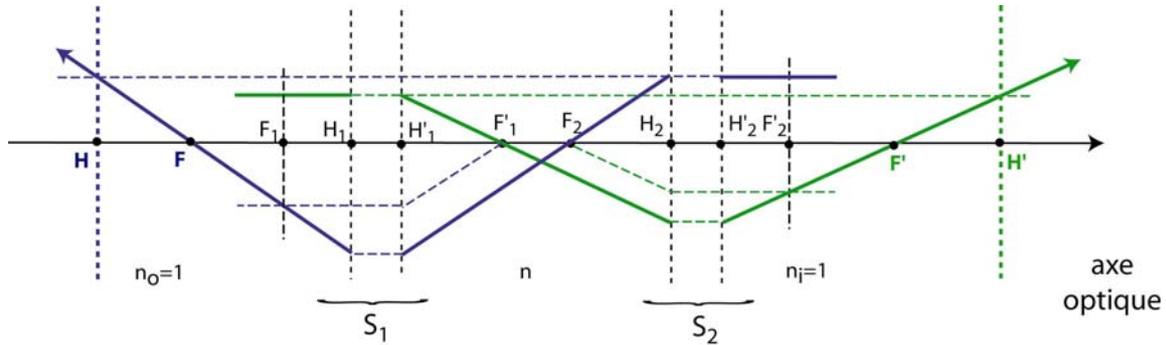
4.1.1 Détermination géométrique des éléments cardinaux

Considérons deux systèmes centrés S_1 et S_2 caractérisés par leurs éléments cardinaux respectifs et leurs vergences V_1 et V_2 . On suppose que pour l'espace objet et l'espace image le milieu est de l'air d'indice 1 et qu'entre les deux systèmes le milieu est d'indice n (en général ce sera également de l'air, soit n=1). Dans ce cas :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1 = -\frac{n_o}{V_1} = -\frac{1}{V_1} \\ f'_1 = \frac{n}{V_1} \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} f_2 = -\frac{n}{V_2} \\ f'_2 = \frac{n_i}{V_2} = \frac{1}{V_2} \end{array} \right.$$

En construisant le cheminement d'un rayon incident se propageant parallèlement à l'axe optique à travers les deux systèmes nous pouvons par construction déterminer la position du foyer image F' du système puis en recherchant l'intersection entre le rayon incident et le rayon émergent déterminer la position du plan principal image (H'). D'après le principe du retour inverse de la lumière le même

raisonnement conduit à la détermination de F et H. On vérifie alors que $f = -f'$. Dans l'exemple présenté constitué de l'association de deux systèmes convergents, le système total est équivalent à un système divergent.



Les éléments cardinaux du système équivalent sont directement exploitables pour la construction d'une image à travers le système.

4.1.2 Distances focales et vergence du système équivalent

La détermination des distances focales et de la position des éléments cardinaux du système équivalent peut se faire également par le calcul. Définissons les grandeurs algébriques suivantes :

- l'intervalle optique : $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$,
- l'épaisseur du système $e = \overline{H'_1 H_2}$.

L'analyse de la construction montre que F' est le conjugué de F'_1 à travers le second système S_2 . En utilisant la relation de conjugaison de Newton pour le 2nd système on obtient :

$$\overline{F_2 F'_1} \cdot \overline{F'_2 F'} = f_2 f'_2 \Rightarrow \overline{F'_2 F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta}.$$

D'autre part F et F_2 sont conjugués à travers S_1 . D'où :

$$\overline{F_1 F} \cdot \overline{F'_1 F_2} = f_1 f'_1 \Rightarrow \overline{F_1 F} = \frac{f_1 f'_1}{\Delta}.$$

Enfin F_1 et F'_2 sont conjugués à travers le système $S_1 S_2$. En effet un rayon passant par F_1 ressort du système en passant par F'_2 . D'où :

$$\overline{F F_1} \cdot \overline{F'_1 F'_2} = f f' = -f'^2.$$

En substituant dans cette dernière équation $\overline{F'_2 F'}$ et $\overline{F_1 F}$ on obtient :

$$f = -f' = \pm \frac{f'_1 f'_2}{\Delta} \text{ avec } f_1 = -\frac{f'_1}{n}, f'_2 = -\frac{f_2}{n}.$$

L'ambiguïté sur le signe des distances focales peut-être levée soit par des considérations géométrique, soit par le calcul de la vergence du système équivalent. En effet l'intervalle optique peut se décomposer de la façon suivante :

$$\Delta = \overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 H'_1} + \overline{H'_1 H_2} + \overline{H_2 F_2} = -f'_1 + e + f_2 = -f'_1 + e - n f'_2.$$

Soit en remplaçant Δ dans l'expression de f' ci-dessus :

$$f = -f' = \pm \frac{f'_1 f'_2}{-f'_1 + e - n f'_2}.$$

La vergence du système s'écrit alors :

$$V = \pm \left[V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2 \right]$$

L'ambiguïté sur le signe se lève en considérant le cas de deux lentilles minces convergentes accolées. L'association produisant un système également convergent de vergence $V = V_1 + V_2 > 0$.

Donc, seule la solution $V = + \left[V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2 \right]$ est possible.

Donc la vergence d'un système résultant de l'association de deux systèmes centrés est donnée par la relation dite de Gullstrand :

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{n} V_1 V_2.$$

Remarques :

- L'association dans l'air ($n=1$) de deux lentilles minces de distances focales images f'_1 et f'_2 séparées d'une distance e produit un système équivalent de distance focale image :

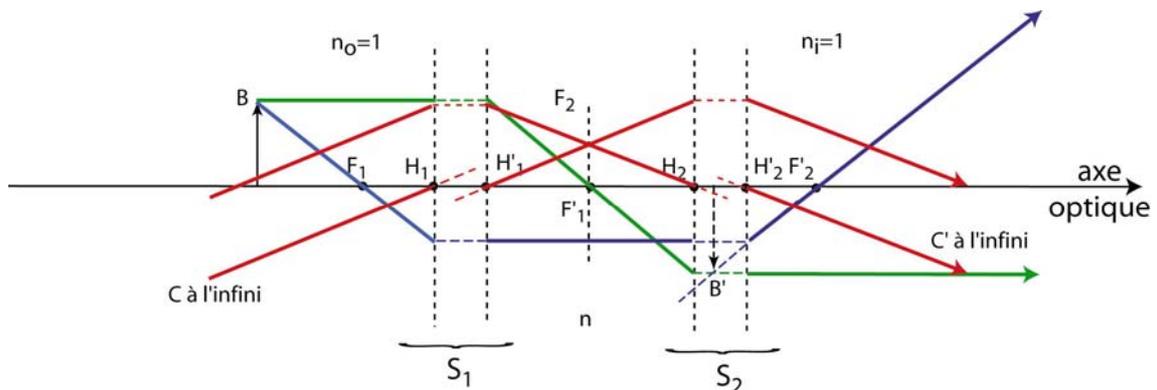
$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2}.$$

- L'association de deux lentilles minces convergentes peut produire en fonction de la distance e soit un système convergent soit un système divergent.

4.2 Systèmes particuliers

4.2.1 Systèmes afocaux

Par définition un système afocal ne possède pas de plans principaux et ses foyers sont à l'infini. C'est le cas lorsque on associe deux systèmes centrés tel que F'_1 est confondu avec F_2 . Dans ce cas $\Delta=0$.



Pour un tel système l'image d'un objet à l'infini est à l'infini. Pour un objet réel ou virtuel les grandissements sont indépendants de la position de l'objet : $\gamma_T = \frac{y'}{y} = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{f'_2}{f'_1}$, $\gamma_\alpha = -\frac{f'_1}{f'_2}$ et

$$\gamma_L = \gamma_T^2 = \left(\frac{f'_2}{f'_1} \right)^2.$$

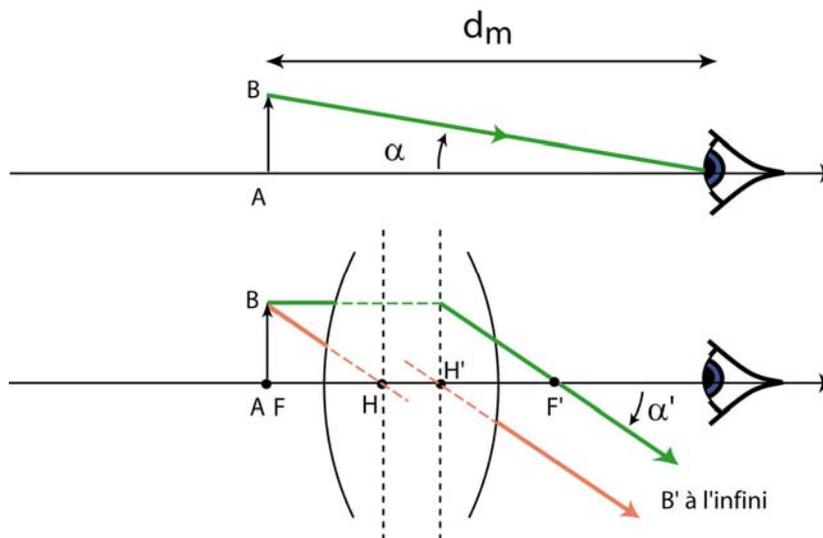
4.2.2 Systèmes catadioptriques

Ces systèmes peuvent comporter plusieurs dioptries et au moins un miroir. On montre que, dans les conditions de Gauss, ils sont équivalents à un miroir sphérique unique. De tels systèmes peuvent être abordés de la même façon que les systèmes dioptriques, à condition de toujours orienter l'axe optique dans le sens de propagation de la lumière. Ce sens change donc après chaque réflexion par un miroir.

5. Les instruments optiques

5.1 La loupe

La loupe est un instrument de courte focale (typiquement 2 cm) qui permet d'augmenter l'angle sous lequel on voit un objet. En effet pour distinguer les détails les plus fins d'un objet, un observateur doit placer ce dernier au punctum proximum ($d_m \sim 25$ cm pour un œil normal). Dans ce cas l'angle sous lequel il voit l'objet est maximal. La loupe est souvent constituée d'une lentille épaisse convergente au foyer objet de laquelle on place l'objet. L'image est alors à l'infini ne nécessitant pas d'effort d'accommodation.



L'angle apparent sous lequel est vu un objet à l'œil nu situé à une distance d est : $\alpha = \frac{y}{d}$. A

travers la loupe, l'image à l'infini est vue sous l'angle $\alpha' = -\frac{y}{f'}$. On définit alors le grossissement de la loupe comme le rapport des angles :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{d}{f'}$$

Dans le commerce, une loupe portant par exemple l'indication $\times 10$ correspond donc à une loupe de grossissement dit « commercial » $G_c = 10$. En effet, l'angle apparent sous lequel est vu l'objet dépend de la distance d entre l'objet et l'œil de l'observateur et si l'objet n'est pas au foyer objet de la loupe, l'angle apparent sous lequel on observe l'image dépend de la distance objet-foyer objet. Aussi dans un souci de normalisation, en considérant l'objet se trouvant à la distance standard d_m qui est le minimum de vision distincte d'un œil normal et en supposant l'objet au foyer de la loupe, le grossissement défini par $G_c = \frac{d_m}{f'}$ s'appelle le *grossissement commercial*.

On peut également utiliser la notion de puissance optique d'un instrument. Elle est définie comme le rapport entre moins la tangente de l'angle sous lequel est vu l'image ($-\tan \alpha'$) par la taille de l'objet $y = \overline{AB}$: $P = \frac{-\tan \alpha'}{y} \approx -\frac{\alpha'}{y}$. La puissance s'exprime en dioptrie. Dans des conditions normales d'utilisation de la loupe (objet au foyer de la loupe) la puissance est dite « puissance intrinsèque » :

$$P_i = -\frac{\alpha'}{y} = \frac{1}{f'}$$

Le grossissement commercial s'exprime donc comme : $G_c = -P_1 d_m = \frac{f'}{4}$ avec $d_m = -0.25 \text{ m}$.

5.2 Doublets et oculaires

Les doublets sont des systèmes centrés constitués de deux lentilles minces (L_1 et L_2), séparées par de l'air d'une distance $e = \overline{O_1 O_2}$, que l'on caractérise par trois nombres entiers (positif ou négatifs) m, n, p tels que :

$$\frac{f'_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f'_2}{p} = a$$

où a est l'unité de longueur du doublet.

5.2.1 Eléments cardinaux d'un doublet

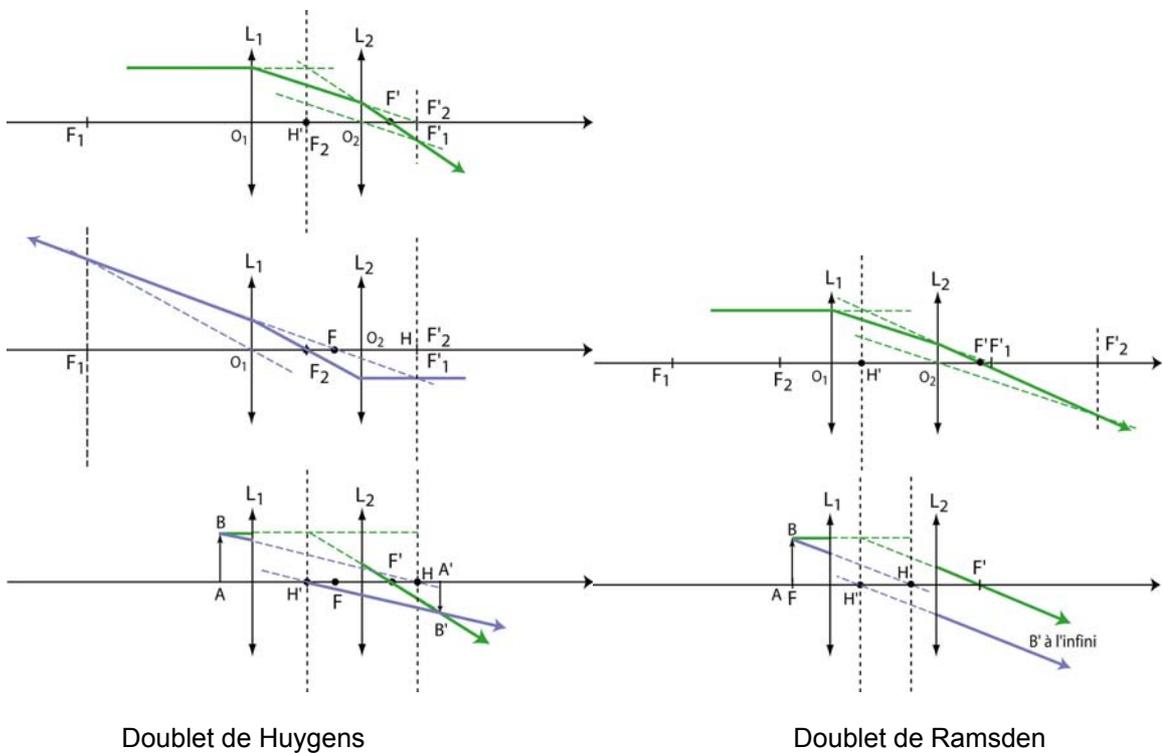
En utilisant la formule de Gullstrand on obtient la vergence du doublet :

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} = \frac{mp}{m+p-n} a.$$

La position des plans principaux est donnée par :

$$\begin{cases} \overline{O_2 H'} = \frac{-np}{m+p-n} a \\ \overline{O_1 H} = \frac{nm}{m+p-n} a \end{cases}$$

5.2.2 Exemples de doublets



a) Doublet de Huygens (3,2,1)

On obtient : $V = \frac{1}{f'} = \frac{mp}{m+p-n} a = \frac{3}{2} a$ et $\begin{cases} \overline{O_2 H'} = -a \\ \overline{O_1 H} = 3a \end{cases}$.

La construction géométrique permet de vérifier ces résultats. On remarque ici que le foyer objet du doublet n'est pas réel.

a) Doublet de Ramsden (3,2,3)

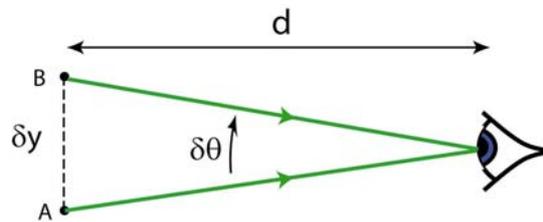
Ce doublet est symétrique. De la même façon que précédemment on obtient :

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{mp}{m+p-n} a = \frac{9}{4} a \text{ et } \overline{O_2H'} = -\overline{O_1H} = \frac{3}{2} a.$$

5.2.3 Les oculaires

Les oculaires sont des doublets (association de deux lentilles minces) qui sont utilisées préférentiellement aux loupes pour aider l'œil dans l'observation d'objet à travers différents instruments. Ils permettent d'observer en même temps que l'objet situé dans le plan focal, un réticule de visée donnant ainsi une mesure directe sur l'image.

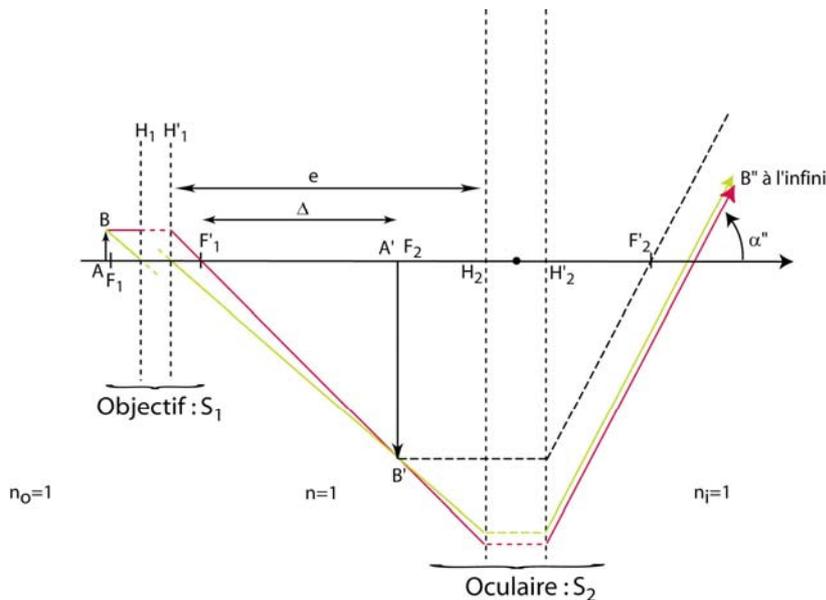
L'intérêt de l'usage d'une loupe ou d'un oculaire se comprend en considérant le pouvoir séparateur de l'œil.



Un œil standard a un pouvoir séparateur angulaire $\delta \theta \sim 1' = 3 \times 10^{-4} \text{ rad}$ soit au minimum de vision distinct ($d=d_m = -25\text{cm}$) une distance minimale entre deux objet ponctuels $\delta y_{\min} = d_m \delta \theta \sim 75 \mu\text{m}$. A travers une loupe de puissance intrinsèque P_i ou de grossissement commercial G_c la taille du plus petit objet visible devient : $\delta y_{\min} = \left| -\frac{\delta \theta'}{P_i} \right| = \delta \theta' f' = 3 \times 10^{-4} f'$. Pour une loupe ou un oculaire de longueur focale de 2 cm, des objets de $6 \mu\text{m}$ seront alors visibles.

5.3 Le microscope

Le microscope est un exemple typique de l'association de deux systèmes centrés distincts. Il s'agit de l'association d'un objectif et d'un oculaire.



Dans des conditions d'utilisation idéale, l'image A'B' de l'objet à travers l'objectif se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. Ainsi, l'image finale A''B'' se trouve à l'infini permettant une observation sans effort d'accommodation. L'objet AB est vu à l'œil nu au minimum de vision distinct sous un angle α et l'image à l'infini sous un angle α'' . Le grossissement G du microscope s'exprime :

$$G_{\text{microscope}} = \frac{\alpha''}{\alpha} = -\frac{\overline{A'B'} d_m}{f'_2 \overline{AB}}$$

Le rapport $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ représente le grandissement transversal $\gamma_T^{\text{obj.}}$ de l'objectif et $\frac{d_m}{f'_2}$ le grossissement de l'oculaire $G_{\text{oc.}}$. Il en résulte que le grossissement du microscope est égal à :

$$G_{\text{microscope}} = |\gamma_T^{\text{obj.}}| G_{\text{oc.}}$$

La puissance intrinsèque du microscope vaut :

$$P_i = V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2}$$

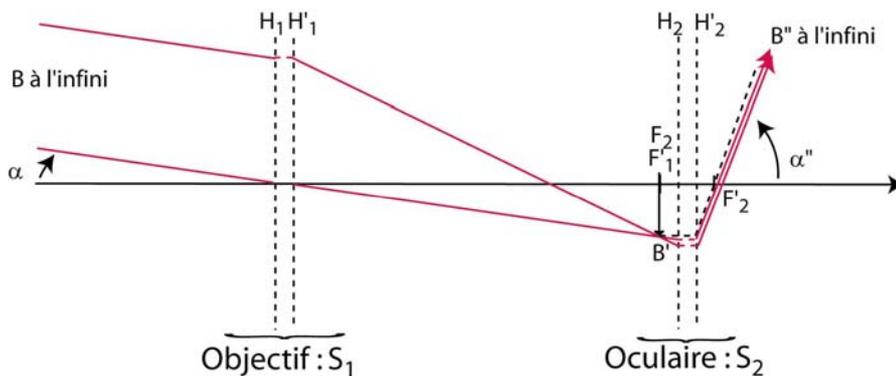
Les inscriptions sur les objectifs et les oculaires sont en général respectivement la valeur absolue du grandissement transversal pour un intervalle optique $\Delta = 16\text{cm}$ et le grossissement commercial. Un

objectif $\times 40$ a donc une distance focale $f'_1 = -\frac{\Delta}{\gamma_{\text{obj.}}} = \frac{160}{40} = 4\text{mm}$. Associé à un oculaire $\times 10$, le microscope a un grossissement $G_{\text{microscope}} = 400$.

5.4 Instrument d'observation à distance

5.4.1 Lunette astronomique

Le rôle d'une lunette astronomique est d'augmenter l'angle sous lequel on voit un objet étendu tel qu'une planète mais aussi de collecter le maximum de lumière provenant d'un objet ponctuel tel qu'une étoile. Le système comporte en général un système optique convergent de grande focale ($f'_1 \sim 1\text{m}$), l'objectif, qui donne d'un objet éloigné une image dans son plan focal image. Est associé à l'objectif, un oculaire ($f'_2 \sim 1\text{cm}$) au foyer image duquel l'observateur place son œil ou un système de détection (appareil photographique, caméra CCD, ...). Le système est afocal.



Comme nous l'avons vu précédemment comme ce système est afocal, les grandissements transversal et angulaire sont égaux à : $\gamma_T = -\frac{f'_2}{f'_1}$, $\gamma_\alpha = -\frac{f'_1}{f'_2}$. Le grossissement s'identifie donc au signe près au grandissement angulaire tel que : $G = |\gamma_\alpha| = \frac{f'_1}{f'_2}$.

5.4.2 Lunette terrestre et lunette de Galilée

Les lunettes astronomiques donnent des images renversées, ce qui ne présente aucun inconvénient lorsqu'il s'agit d'observer des étoiles. Par contre pour l'observation d'objets terrestres éloignés il est nécessaire de redresser l'image avant observation. Pour cela il existe des dispositifs munis d'un système redresseur constitué soit d'une lentille supplémentaire soit d'un ensemble de deux prismes à réflexion totale (les jumelles par exemple). L'autre solution consiste à munir la lunette d'un oculaire divergent (lunette de Galilée). Dans ce dernier cas, l'encombrement de la lunette est moindre qu'une lunette astronomique.

6. Les aberrations

6.1 L'aberration chromatique

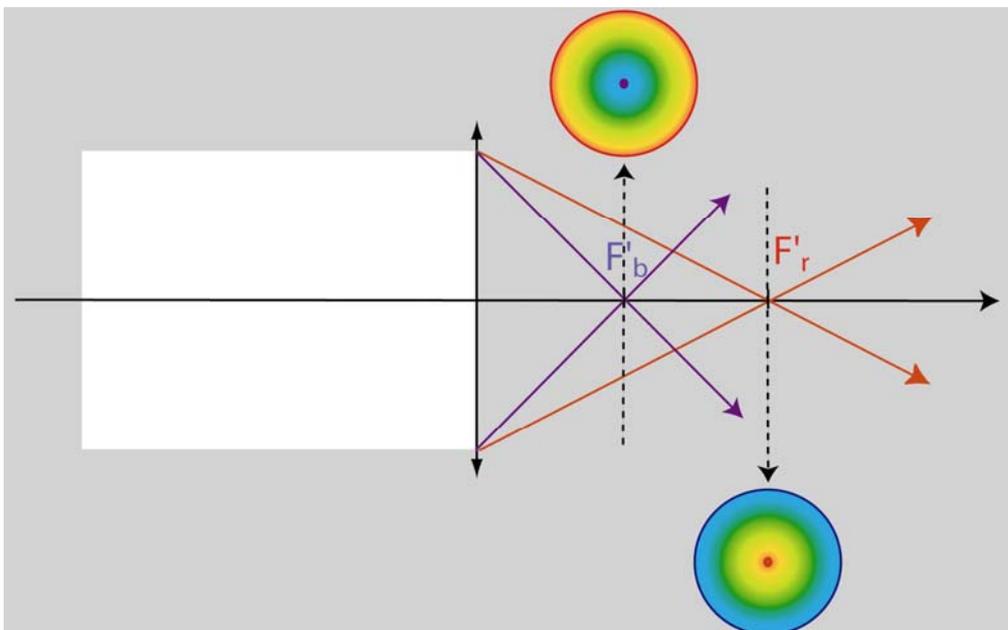
L'indice des verres qui constituent les lentilles dépend de la longueur d'onde selon la loi de Cauchy $n(\lambda) = n_0 + \frac{C}{\lambda^2}$. C'est ce que l'on appelle le phénomène de dispersion. Comme l'indice de réfraction intervient dans la plupart des caractéristiques d'un système optique, celles-ci vont fortement dépendre de la longueur d'onde de la source lumineuse employée. Et plus généralement les sources présentant des propriétés spectrales complexe, chaque composante monochromatique apportera sa contribution dans la formation de l'image finale. L'effet conduit alors à une altération de la qualité de l'image en terme de stigmatisme que l'on nomme l'aberration chromatique.

6.1.1 Mise en évidence

Considérons un faisceau de lumière parallèle arrivant sur une lentille mince convergente. On constate que le faisceau converge en plusieurs foyers colorés le long de l'axe optique. Le foyer image bleu F'_b est plus proche de la lentille et le foyer rouge F'_r le plus éloigné. Entre les deux on observe un foyer jaune et un foyer vert. Ainsi chaque radiation monochromatique donne ainsi son propre foyer. L'interprétation est simple. En effet la distance focale image d'une lentille mince est donnée par l'expression :

$$V(\lambda) = \frac{1}{f'(\lambda)} = (n(\lambda) - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

où R_1 et R_2 sont les rayons des deux dioptries qui constituent la lentille et n dépendant de λ . Par conséquent lorsque la longueur d'onde augmente, $n(\lambda)$ diminue, donc $f'(\lambda)$ augmente. Par définition la distance $\overline{F'_b F'_r} = f'_r - f'_b$ est appelée l'aberration chromatique longitudinale principale. En interceptant avec un écran on observe selon la position de l'écran les figures suivantes :



6.1.2 Pouvoir dispersif des verres

L'expression de la distance focale peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{V(\lambda)}{n(\lambda)-1} = \frac{1}{(n(\lambda)-1)f'(\lambda)} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

La quantité $\frac{V(\lambda)}{n(\lambda)-1} = \frac{1}{(n(\lambda)-1)f'(\lambda)}$ est égale à un coefficient géométrique indépendant de la longueur d'onde. Toute variation de la longueur d'onde d'une quantité $\Delta\lambda$ entraîne une variation de la focale d'une quantité $\Delta f'$ et la vergence d'une quantité ΔV tel que :

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta f'}{f'} = \frac{\Delta n}{n-1} = K$$

Les constructeurs utilisent trois longueurs d'onde caractéristiques, une à chaque extrémité du spectre visible et une centrale : la radiation R rouge à 656,3 nm, la radiation B bleu à 486,1 nm et la radiation J jaune à 587,56 nm. Les indices des verres correspondant à ces longueurs d'onde sont notés n_R , n_B et n_J . Le pouvoir dispersif K d'un verre est noté (le nombre d'Abbe A est également employé) :

$$A = \frac{1}{K} = \frac{n_J - 1}{n_B - n_R} > 0.$$

Les verres standard sont classés en deux catégories :

- Les flints à base de silicates de potassium et de plomb d'indice $n_J \sim 1,65$ (le cristal est un verre flint) et possédant un fort pouvoir dispersif ($30 < A < 50$).
- Les crowns à base de silicates de potassium et de calcium d'indice $n_J \sim 1,52$ et possédant un pouvoir dispersif plus faible ($50 < A < 65$). Le plus courant des verres crown s'appelle le BK7 (borosilicate de potassium).

6.1.3 L'achromatisme

Il est possible de réduire l'aberration chromatique d'un système en associant plusieurs lentilles constituées de verres différents. Ainsi en accolant deux lentilles minces on obtient un système de vergence $V = V_1 + V_2$. Le système est considéré comme achromatique lorsque pour une variation de la longueur d'onde d'une quantité $\Delta\lambda$, la variation de la vergence du système est nulle c'est-à-dire : $\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = 0$. Soit :

$$\frac{\Delta n_1}{n_1 - 1} V_1 + \frac{\Delta n_2}{n_2 - 1} V_2 = 0 \Rightarrow \frac{V_1}{A_1} + \frac{V_2}{A_2} = 0 \Rightarrow \frac{V_1}{A_1} = -\frac{V_2}{A_2}.$$

Le nombre d'Abbe d'un verre étant une grandeur positive, cela implique que les lentilles accolées doivent être de vergences opposées, soit l'association d'une lentille convergente et d'une lentille divergente. Puisque $V = V_1 + V_2$, il en résulte que :

$$V_1 = \frac{A_1}{A_1 - A_2} V$$

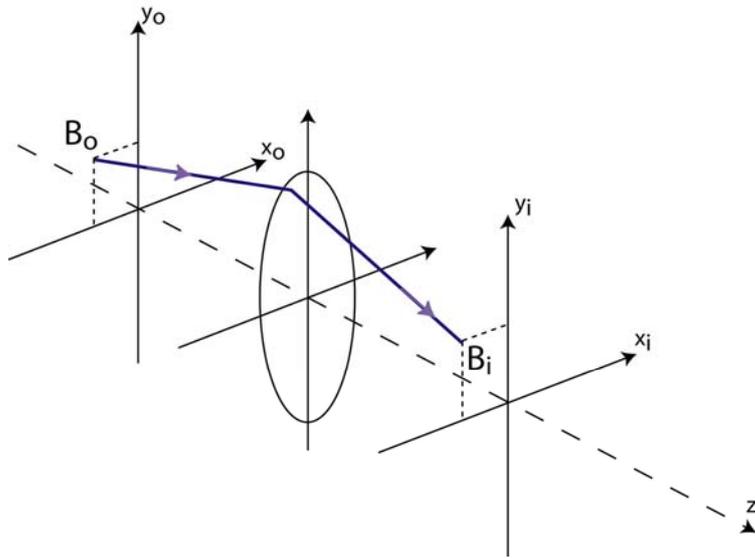
Si on souhaite réaliser un système convergent ($V > 0$), on doit avoir $V_1 > 0$ si $A_1 > A_2$ ou $V_1 < 0$ si $A_1 < A_2$. Ainsi l'association d'un crown convergent et d'un flint divergent donne un système corrigé de l'aberration chromatique. C'est le cas par exemple des objectifs dits de Clairaut, largement utilisés en astronomie.

6.2 Les aberrations géométriques

Les aberrations géométriques sont les écarts à l'optique de Gauss que l'on observe lorsque les conditions de l'approximation linéaire ne sont plus vérifiées. On les appelle aussi « aberrations géométriques » par opposition à l'aberration chromatique qui elle, est liée aux différentes radiations qui composent la lumière incidente.

6.2.1 Classification des aberrations géométriques

Les écarts à l'optique paraxiale ne sont plus négligeables si la distance du point objet à l'axe optique et si les angles d'inclinaison des rayons incidents ne sont plus petits. Considérons un rayon issu du point B_o dans l'espace objet et passant par B_i dans l'espace image. Dans le cadre de l'approximation de Gauss le grandissement transverse est défini par $x_i = \gamma_t x_o$, $y_i = \gamma_t y_o$ ou (x_o, y_o) et (x_i, y_i) sont les coordonnées des points B_o et B_i . Ces expressions peuvent être condensées sous la forme $\tilde{X}_i = \gamma_t \tilde{X}_o$ ou $\tilde{X}_o = x_o + iy_o$, $\tilde{X}_i = x_i + iy_i$ sont les coordonnées dans le plan complexe des points B_o et B_i .



En dehors de l'approximation de Gauss \tilde{X}_i dépend aussi des angles (α_o, β_o) que forme avec l'axe optique Oz les projections du rayon incident dans les plans yOz et xOz . Comme pour les coordonnées on définira ces angles au moyen de la variable complexe $\tilde{\chi}_o = \alpha_o + i\beta_o$. La variable complexe \tilde{X}_i peut se définir sous la forme d'un développement polynomial :

$$\tilde{X}_i = \sum_{\mu, \nu, t, v} C_{\mu\nu tv} (\tilde{X}_o)^\mu (\tilde{X}_o^*)^\nu (\tilde{\chi}_o)^t (\tilde{\chi}_o^*)^v$$

Dans ce développement les constantes $C_{\mu\nu tv}$ sont a priori des nombres complexes et (μ, ν, t, v) des nombres entiers positifs ou nuls. Le système présentant une symétrie de révolution si on change \tilde{X}_o en $\tilde{X}_o e^{i\theta}$ et $\tilde{\chi}_o$ en $\tilde{\chi}_o e^{i\theta}$ ce qui exprime une rotation d'un angle θ dans le plan objet, alors on doit également observer une rotation θ dans le plan image tel que :

$$\tilde{X}_i e^{i\theta} = \sum_{\mu, \nu, t, v} C_{\mu\nu tv} (\tilde{X}_o)^\mu (\tilde{X}_o^*)^\nu (\tilde{\chi}_o)^t (\tilde{\chi}_o^*)^v e^{i\theta(\mu - \nu + t - v)}.$$

Par identification il vient : $\mu - \nu + t - v = 1$ soit $\mu + t = \nu + v + 1$. Le degré du développement $m = \mu + t + \nu + v = 2(\nu + v) + 1$ est donc impair. Pour $m = 1$, $\nu + v = 0$, $\nu = v = 0$ et $\mu + t = 1$. On en déduit alors :

$$\tilde{X}_i = C_{1000} \tilde{X}_o + C_{0010} \tilde{\chi}_o.$$

Comme les plans objet et images sont conjugués, $C_{1000} = \gamma_t$, $C_{0010} = 0$. On retrouve alors le cadre de l'approximation paraxiale : $\tilde{X}_i = \gamma_t \tilde{X}_o$.

Pour $m = 3, v + v = 1$, et $\mu + t = 2$. D'où :

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i &= \gamma_t \tilde{X}_o + \\ & C_{0021} \tilde{\chi}_o^2 \tilde{\chi}_o^* + C_{1011} \tilde{X}_o \tilde{\chi}_o \tilde{\chi}_o^* + C_{0120} \tilde{X}_o^* \tilde{\chi}_o^2 \\ & C_{2001} \tilde{X}_o^2 \tilde{\chi}_o^* + C_{1110} \tilde{X}_o \tilde{X}_o^* \tilde{\chi}_o + C_{2100} \tilde{X}_o^2 \tilde{X}_o^* \end{aligned}$$

L'aberration géométrique s'évalue donc avec l'écart à l'approximation paraxiale : $\Delta \tilde{X}_i = \tilde{X}_i - \gamma_t \tilde{X}_o$, tel que :

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{X}_i &= C_{0021} |\tilde{\chi}_o|^2 \tilde{\chi}_o + C_{1011} \tilde{X}_o |\tilde{\chi}_o|^2 + C_{0120} \tilde{X}_o^* \tilde{\chi}_o^2 \\ & C_{2001} \tilde{X}_o^2 \tilde{\chi}_o^* + C_{1110} |\tilde{X}_o|^2 \tilde{\chi}_o + C_{2100} |\tilde{X}_o|^2 \tilde{X}_o^* \end{aligned}$$

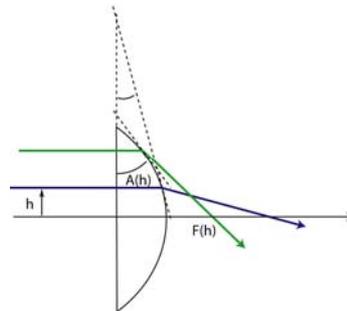
Soit en posant $\tilde{X}_o = r_o e^{i\theta_o}$, $\tilde{\chi}_o = \rho_o e^{i\phi_o}$:

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{X}_i &= \underbrace{C_{0021} \rho_o^3 e^{i\theta_o}}_{\text{Ab. sphérique}} + \underbrace{C_{1011} r_o \rho_o^2 e^{i\theta_o} + C_{0120} r_o \rho_o^2 e^{i(2\phi_o - \theta_o)}}_{\text{Ab. de coma}} \\ & \underbrace{C_{2001} r_o^2 \rho_o e^{i(2\theta_o - \phi_o)}}_{\text{Ab. d'astigmatisme et de courbure de champ}} + \underbrace{C_{1110} r_o^2 \rho_o e^{i\theta_o} + C_{2100} r_o^3 e^{i\theta_o}}_{\text{Ab. de distorsion}} \end{aligned}$$

Les 6 coefficients C sont appelés coefficients de Seidel et ils sont réels.

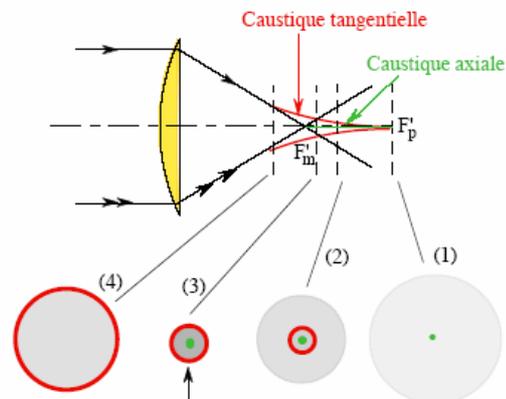
6.2.2 L'aberration sphérique

C'est une aberration d'ouverture qui peut être expliquée simplement si on considère qu'une lentille mince est constituée d'une succession de petits prismes d'angles au sommet de plus en plus faible au fur et à mesure que l'on se déplace de l'extrémité de la lentille vers son centre optique. Or la déviation d'un rayon lumineux par un prisme d'indice n , de faible angle au sommet A est proportionnelle à A : $D = A(n-1)$.



Par conséquent les rayons marginaux sont plus déviés et convergent plus que les rayons paraxiaux. Les premiers convergent en un point F'_m appelé *foyer marginal* et les seconds en un point F'_p appelé *foyer paraxial*. La longueur $F'_m F'_p$ s'appelle l'*aberration sphérique longitudinale*. Tous les rayons situés à une distance h de l'axe optique de la lentille vont converger en un même point F'_h situé entre F'_m et F'_p . Il y a accumulation de lumière sur une surface de révolution composée de deux caustiques : la *caustique axiale* $F'_m F'_p$ et la *caustique tangentielle* ou *sagittale* en forme de flèche.

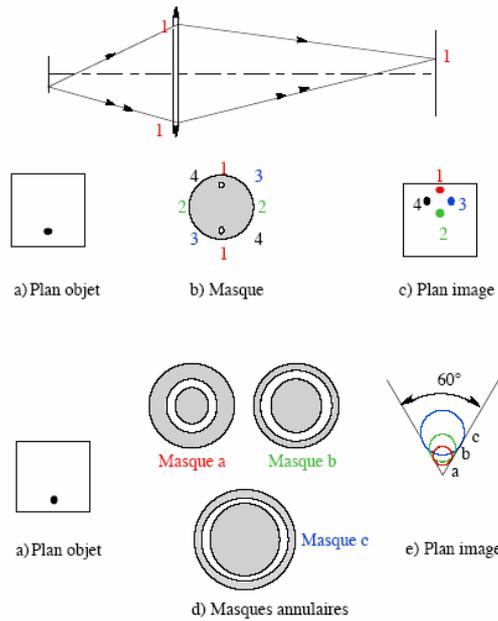
L'image du point objet A situé à l'infini sur l'axe n'est pas un point mais une *tache de diffusion* circulaire dont l'aspect dépend de la position de l'écran E . La figure 8 illustre ces différents aspects, sur la figure les zones rouge et verte correspondent aux zones les plus lumineuses. Le rayon de la tache de diffusion au niveau du plan focal paraxial position (1) s'appelle l'*aberration sphérique transversale*. Quand l'écran est situé en position (3) le diamètre de la tache de diffusion est minimum, celle-ci porte le nom de *cercle de moindre diffusion*. Pour s'affranchir de l'aberration sphérique il faudrait usiner des lentilles dont la forme des surfaces compensent le fait que $\sin \theta$ n'est pas égal à θ sauf pour un angle de 0° , mais la réalisation de surfaces asphériques est très complexe et par conséquent onéreuse. Aussi, pour minimiser cette aberration on se contente de choisir les rayons de courbure des dioptries constituant la lentille de telle façon que l'aberration soit minimale.



6.2.3 Aberration de coma

C'est une aberration d'ouverture à faible champ. Pour illustrer le phénomène on considère un masque constitué d'un écran opaque percé de deux petits trous diamétralement opposés, placé contre le système optique (figure 10). Dans le plan image on observe un point de convergence bien défini pour différentes positions angulaires du masque mais la position du point image dépend des différentes positions angulaires du masque.

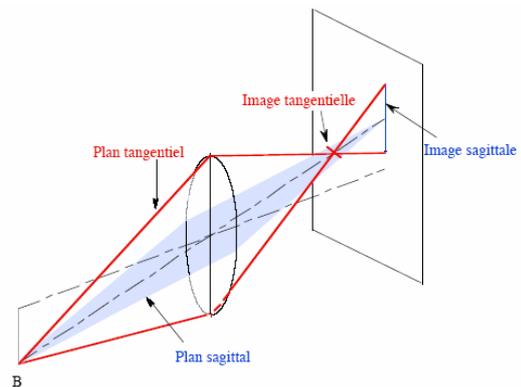
Le point 1 dans le plan image (figure 10c) est obtenu avec le masque en position 1 (figure 10b). Une rotation du masque pour amener les deux trous en position 2 fait passer le point de focalisation en 2 et ainsi de suite. Par conséquent, une ouverture de forme annulaire (figure 10d) donne de la lumière répartie sur un cercle dont le diamètre dépend du rayon de l'anneau (figure 10e). Au niveau du plan image, le cercle de plus grand diamètre est obtenu avec le masque annulaire de plus grand diamètre.



Lorsque ce masque est enlevé, une image ayant la forme d'une comète (d'où le nom de " coma " donné à ce type d'aberration) est obtenue par la superposition des différents cercles a,b,c... . Un système corrigé de la coma mais non corrigé des aberrations sphériques est appelé *isoplanétique*. Un système optique corrigé de l'aberration sphérique et de la coma est dit *aplanétique*. Il permet d'obtenir pour des objets transversaux de petites dimensions de bonnes images même pour des rayons fortement inclinés par rapport à l'axe optique. Typiquement un objectif de microscope est aplanétique. Un objectif corrigé de l'aberration chromatique pour trois longueurs d'onde, de l'aberration sphérique et de la coma est *apochromatique*.

6.2.4 Aberration d'astigmatisme

L'astigmatisme est une aberration de champ. Pour faciliter la description du phénomène deux plans particuliers sont définis ainsi qu'un rayon spécifique. Le plan contenant l'axe optique et le point objet B éloigné de l'axe optique s'appelle le *plan tangentiel* (figure 11). Le rayon issu de l'objet passant par le centre de la lentille est appelé *rayon principal*. Le plan perpendiculaire au plan tangentiel qui contient le rayon principal s'appelle le *plan sagittal*. Le phénomène d'astigmatisme provient du fait que les rayons contenus dans le plan tangentiel ne convergent pas à la même distance du système optique que les rayons contenus dans le plan sagittal.



Dans notre cas de figure, si l'écran est positionné au niveau de l'image sagittale, l'image du point B apparaît comme une ellipse très fortement aplatie de grand axe contenu dans le plan tangentiel. Si l'écran est positionné au niveau de l'image tangentielle, l'image du point B est une ellipse de grand axe contenu dans le plan sagittal. La distance entre ces deux images s'appelle la *distance d'astigmatisme*.

Elle dépend fortement des couples de plans conjugués considérés et de la distance du point B à l'axe. Au niveau d'un plan situé à peu près à mi-distance entre les images tangentielle et sagittale, l'image B' est un cercle appelé *cercle de moindre diffusion* ; c'est la meilleure image que l'on puisse obtenir.

L'astigmatisme se rencontre aussi quand les dioptries des lentilles ne sont pas sphériques mais ellipsoïdaux. L'astigmatisme est très fréquent dans le cas de l'oeil. Le défaut est alors corrigé par des verres eux-mêmes astigmatés.

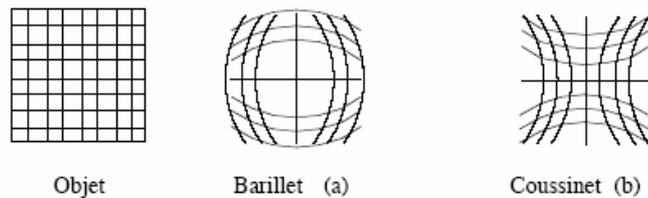
6.2.5 Aberration de courbure de champ

C'est une aberration de champ qui provient du fait que l'image d'un objet plan de grande dimension se forme sur une surface paraboloidale et non sur un plan (figure 12). L'écart dx' varie comme la dimension au carré de l'objet : y^2 . L'objectif d'un microscope ne sera en général pas corrigé de la courbure de champ lors d'une observation visuelle car l'expérimentateur peut facilement ajuster la distance de mise au point pour une observation au bord du champ. Par contre pour réaliser de la microphotographie l'objectif aplanétique devra être corrigé aussi de la courbure de champ. Ces objectifs sont dits *plans*.

Pour une lentille convergente le rayon de courbure de la surface paraboloidale est négatif; pour une lentille divergente le rayon de courbure de la surface paraboloidale est positif. Ici encore, pour corriger cette aberration, on associe lentilles convergentes et divergentes.

6.2.6 Aberration de distorsion

Ici la qualité de l'image n'est en rien altérée, l'image d'un point reste ponctuelle. L'effet de la distorsion est une déformation de l'image, de sorte qu'un objet carré apparaît dans l'image sous la forme d'un *coussinet* ou d'un *barillet* (figure 13). Tout se passe comme si le grandissement dépendait de la distance du point objet à l'axe optique. La correction de ce défaut se fait par une répartition correcte des puissances dioptriques autour d'un diaphragme. Ainsi, pour annuler la distorsion, on peut utiliser deux doublets avec un diaphragme placé entre eux.



7. Photométrie et détecteurs

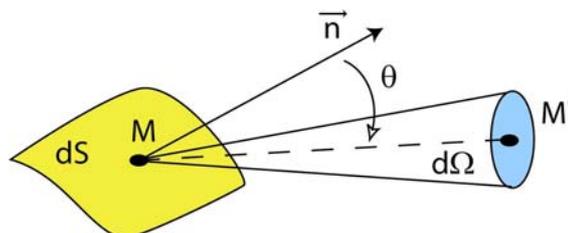
La photométrie est l'étude énergétique du rayonnement lumineux. On la qualifie de visuelle lorsque le détecteur est l'œil, lequel est, rappelons-le, sensible uniquement à la gamme de longueur d'onde visible (0.4-0.75 μm). Comme l'efficacité d'un détecteur varie légèrement d'une radiation à l'autre, on définit des grandeurs photométriques monochromatiques ou spectrales (relatives à chaque fréquence de radiation). Dans ce qui suit, nous considérerons le rayonnement comme monochromatique, la généralisation aux rayonnements polychromatiques se faisant par une intégration sur le domaine spectral de la source.

Nous définissons d'abord les grandeurs photométriques avec leurs unités puis les grandeurs photométriques visuelles correspondantes. Nous établirons ensuite les relations reliant ces grandeurs. Enfin nous terminerons en passant en revue les différents types de photodétecteurs.

7.1 Grandeurs photométriques

7.1.2 Luminance

L'énergie lumineuse E émise par une source et qui se propage vers un détecteur est proportionnelle au temps. Aussi il est utile de définir le flux lumineux Φ égal la puissance rayonnée par la source le long des rayons lumineux.



Le flux lumineux émis par une source de surface élémentaire dS , placée en un point M , dans l'angle solide $d\Omega$ autour d'une direction MM' qui forme un angle θ par rapport à la normale à la surface dS est proportionnel à dS et à $d\Omega$ et s'exprime sous la forme :

$$d^2\Phi = L(\theta) \cos\theta dS d\Omega,$$

ou $L(\theta)$ est appelé luminance de la source. Cette grandeur dépend généralement de la direction θ . Les sources pour lesquelles $L=C^{te}$, quelque soit θ , obéissent à la loi dite de Lambert ou sont dites source lambertienne. Le flux s'exprime en watt, la luminance est donnée en $W/m^2/srd$. L'unité photométrique visuelle du flux est le lumen et la luminance s'exprime en lumen/ m^2/srd . Pour une radiation de 550 nm correspondant au maximum de sensibilité de l'œil en vision diurne la valeur énergétique du lumen est de $1.6 \times 10^{-3} W$.

7.1.3 Intensité lumineuse

L'intensité lumineuse d'une source est le flux rayonné par unité d'angle solide :

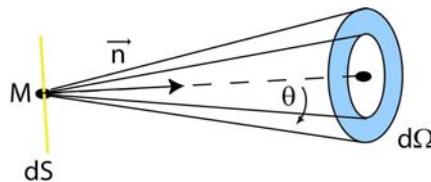
$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} = \iint L \cos\theta dS,$$

et a pour unité le W/srd . L'unité photométrique visuelle lumen/srd s'appelle aussi la « candela » (Cd). Dans le système d'unités SI, il s'agit d'une source émettant dans une direction donnée à la fréquence de 540×10^{12} Hz une intensité de $1/683$ W/sr. Si la source est lambertienne alors :

$$I(\theta) = \frac{d\Phi}{d\Omega} = \cos\theta \iint L(M) dS = I_0 \cos\theta.$$

La courbe $I(\theta)$ est l'indicatrice d'émission de la source. Pour une source lambertienne, l'indicatrice est un cercle de diamètre I_0 qui passe par la source.

7.1.4 Emittance d'une source



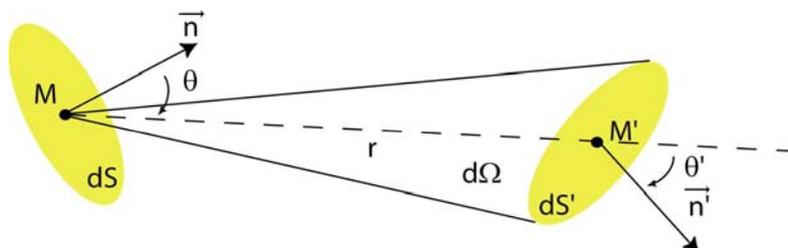
L'émittance d'une source de surface dS est le flux lumineux émis par unité de surface :

$$\mathcal{M}(\theta) = \frac{d\Phi}{dS} = \int \cos\theta L(M) d\Omega$$

et a pour unité le W/m^2 . L'unité photométrique visuelle lumen/ m^2 s'appelle aussi le lux. Si la source est lambertienne (L indépendante de θ) alors l'émittance s'écrit :

$$\mathcal{M}(\theta) = L \int \cos\theta d\Omega = 2\pi L \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = \pi L.$$

7.1.5 Eclairage ou irradiance



Soit dS' un élément de surface qui s'appuie sur le contour du faisceau conique de sommet M et d'angle solide $d\Omega$. Cet élément de surface reçoit le flux $d^2\Phi$ émis par dS . L'éclairage reçu par dS' est le rapport :

$$\frac{d^2\Phi}{dS'} = \frac{L \cos\theta dS d\Omega}{dS'}. \text{ Avec } d\Omega = \frac{dS' \cos\theta'}{r^2}, \text{ l'éclairage devient :}$$

$$\frac{d^2\Phi}{dS'} = L \frac{dS \cos\theta \cos\theta'}{r^2}. \text{ Donc l'éclairage total s'exprime :}$$

$$E = \iint_{\mathcal{L}} \frac{\cos \theta \cos \theta'}{r^2} dS.$$

L'unité de l'éclairement est le W/m². L'unité photométrique visuelle lumen/m² (lux). Lorsque la source est de faible dimension, $r = MM'$ dépend peu de θ' . Il en résulte que : $E = \cos \theta' \iint_{\mathcal{L}} \cos \theta dS = I \frac{\cos \theta'}{r^2}$.

Pour des sources ponctuelles, si la surface éclairée est normale aux rayons, l'éclairement décroît en $1/r^2$.

7.1.6 Etendues géométrique et optique d'un faisceau

L'étendue géométrique élémentaire d'un faisceau d^2U est une grandeur géométrique qui lorsqu'elle est multipliée par la luminance d'une source permet de donner le flux lumineux. Soit avec les notations précédentes :

$$d^2\Phi = \mathcal{L} \frac{dS dS' \cos \theta \cos \theta'}{r^2} = \mathcal{L} d^2U.$$

En fonction des surfaces apparentes $d\Sigma = dS \cos \theta$, $d\Sigma' = dS' \cos \theta'$ l'étendue géométrique s'écrit :

$$d^2U = \frac{d\Sigma d\Sigma'}{r^2}.$$

Si on considère un faisceau lumineux s'appuyant sur une surface élémentaire ΔS_o traversant un système optique quelconque. Si \mathcal{P}_o est la pupille d'entrée du système l'étendue du faisceau lumineux incident est donnée par :

$$U_o = \Delta S_o \int_0^{u_o} \cos \theta_o d\Omega_o,$$

où $d\Omega_o = 2\pi \sin \theta_o d\theta_o$ et u_o désigne l'angle maximal d'inclinaison des rayons incidents traversant le système optique. Il en résulte que : $U_o = \pi \Delta S_o \sin^2 u_o$. De même dans l'espace image $U_i = \pi \Delta S_i \sin^2 u_i$. Si l'instrument satisfait la condition d'aplanétisme exprimée par la loi des sinus d'Abbe :

$$n_o \overline{A_o B_o} \sin u_o = n_i \overline{A_i B_i} \sin u_i \text{ et comme } \frac{\Delta S_i}{\Delta S_o} = \left(\frac{\overline{A_i B_i}}{\overline{A_o B_o}} \right)^2, \text{ alors :}$$

$$n_o^2 U_o = n_i^2 U_i.$$

Par conséquent la grandeur n^2U appelée étendue optique se conserve. Lorsque les milieux de l'espace objet et de l'espace image sont identiques alors l'étendue géométrique se conserve également.

Si on considère maintenant le flux énergétique traversant un système optique. Soit $d\Phi_o$ le flux émis par l'objet. Le flux arrivant sur l'image est donnée en fonction du facteur de transmission énergétique du système τ par : $d\Phi_i = \tau d\Phi_o$. Il vient donc que : $\mathcal{L}_i dU_i = \tau \mathcal{L}_o dU_o$, soit :

$$\frac{\mathcal{L}_i}{n_i^2} = \tau \frac{\mathcal{L}_o}{n_o^2}.$$

Dans le cas où les milieux extrêmes sont identiques et lorsque $\tau \sim 1$ (cas très fréquent) alors la luminance de la source est conservée.

7.2 Exemples de sources

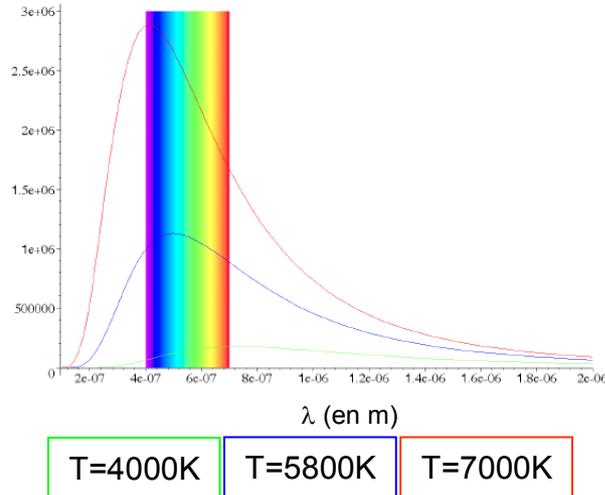
7.2.1 Source thermique : le corps noir

Le corps est une source idéalisée pour laquelle l'émissance ne dépend que de la température. L'analyse par Planck du rayonnement produit par un corps noir est à l'origine de l'optique quantique et fait apparaître la constante fondamentale $h = 6.63 \times 10^{-34}$ J.s permettant de définir l'énergie du photon ($E = h\nu$). On montre que l'émissance spectrale (émissance par unité de fréquence en $W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1}$) s'exprime en fonction de la température absolue T (en degré kelvin) :

$$\mathcal{M}(\nu) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1},$$

où $k_B=1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann. En utilisant $\mathcal{M}(\nu)d\nu = -\mathcal{M}(\lambda)d\lambda$, on peut exprimer cette émittance en fonction de la longueur d'onde : $\mathcal{M}(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$. L'émittance totale

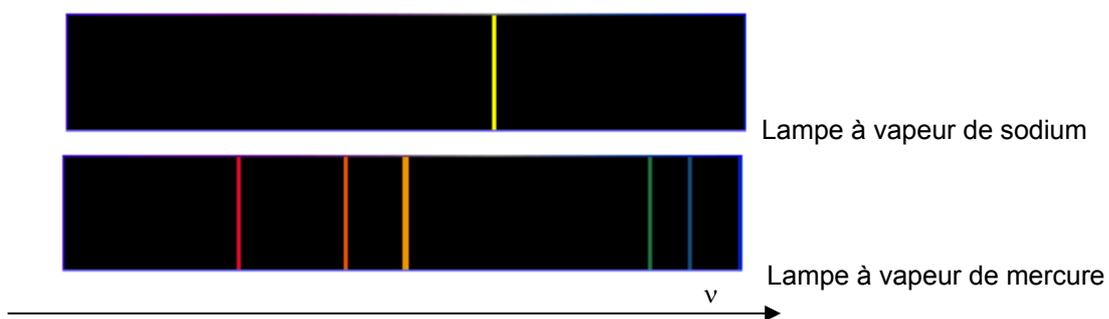
du corps noir est alors donnée par : $M = \int_0^\infty \mathcal{M}(\lambda)d\lambda$.



On montre alors que pour une température T_0 , l'émittance totale du corps noir est : $M = \sigma T_0^4$ ou $\sigma=5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ est la constante de Stefan. D'après la loi de Planck on peut également pour une température donnée T_0 , déduire la longueur d'onde λ_m pour laquelle l'émittance spectrale est maximale (loi de Wien) : $\lambda_m T_0 = C^{te} = 3000 \mu\text{m.K}$. Pour le soleil dont la température en surface est de l'ordre de 6000K, on obtient une longueur d'onde d'environ $0.5 \mu\text{m}$ (vert). Pour la Terre ou la température est de 300K, on obtient une longueur d'onde d'environ $10 \mu\text{m}$ (IR lointain).

7.2.2 Lampe spectrale

Il s'agit de lampes pour lesquelles un arc électrique produit l'excitation des électrons d'atomes de gaz neutres (Xe, Ne, H) ou d'atomes métalliques sous forme de vapeur (Hg, Hg-Zn-Cd, sodium,...). Dans le cas de lampe à basse pression, les atomes se désexcitent en rayonnant de la lumière à des longueurs d'onde caractéristiques.



Par exemple les lampes à vapeur de sodium émettent un doublet jaune (à 5890 et 5896 Å). Ces lampes sont largement employées pour l'éclairage public. Pour une lampe à vapeur de mercure l'intensité lumineuse et d'environ $2 \times 10^6 \text{ W/srd}$ (équivalent à celle du soleil).

7.2.3 Les lasers

Le laser (**L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission **R**adiation) est un type de source maintenant largement employé dans un grand nombre d'application. Il existe des lasers solides, semi-conducteurs, à gaz,... ; continu ou pulsé ; et de puissance ou d'énergie très variable (quelques mW au GW). Sans entrer dans la physique des lasers, ce qui caractérise ce type de source c'est un rayonnement parfaitement monochromatique et très directif. Ainsi l'énergie lumineuse est confinée

dans un angle solide très faible permettant par exemple pour un laser He-Ne de 1mW d'obtenir une intensité lumineuse d'environ 10^{10} W/srd.

7.3 Les détecteurs

7.3.1 L'œil

Pendant très longtemps l'œil a été le seul détecteur disponible pour la mesure ou l'observateur de phénomène optique. Pour cette raison il s'est développé la notion de photométrie visuelle avec ses propres caractéristiques et unités. Malgré ses performances en terme de sensibilité à une variation d'éclairement ou à la détection de rayonnement faible (20 photons en 0.1s), l'œil ne permet pas de stocker l'information et donc un traitement objectif et a posteriori de l'information. D'où la nécessité de disposer d'autres détecteurs.

7.3.2 La plaque photographique

Découverte par Niepce en 1850 la plaque photographique a révolutionné l'optique en permettant de stocker une information lumineuse avec une résolution spatiale. Le principe est basé sur un effet photochimique complexe qui peut se résumer par la réduction par la lumière d'ions Ag^+ en atomes Ag. Après un développement chimique les ions non réduits sont éliminés du support et les atomes sont fixés codant l'information lumineuse sous la forme d'une densité optique \mathcal{D} c'est-à-dire une atténuation locale du flux lumineux transmis par le support lorsqu'il est éclairé. Cette densité est liée à l'atténuation du flux τ par : $\mathcal{D} = -\text{Log } \tau$. Cette densité optique dépend de l'exposition du film qui est le produit entre l'éclairement E reçu fois le temps de pose T . Pour une certaine gamme d'éclairement cette relation est linéaire et vérifie : $\mathcal{D} = A + \gamma \text{Log}(ET)$. γ la pente de la courbe caractérise la sensibilité du film photographique. Les inconvénients de ce type de détecteur sont sa faible linéarité, l'impossibilité de comparer des éclairements correspondant à des temps de pose différents et le faible rendement quantique de ce type de détecteur $\sim 0.8\%$ (nombre de d'ions réduits par rapport au nombre de photons incidents).

7.3.3 Détecteurs à effet photoélectrique

Ces détecteurs sont basés sur l'effet photoélectrique qui est l'interaction de la lumière qu'Einstein a interprété comme l'interaction entre les photons et les atomes. Dans un milieu semi-conducteur le photon incident va créer une paire électron-trou produisant ainsi des charges mobiles dans le matériau qui vont produire un courant lorsque sous l'action d'une tension appliquée au matériau. Le nombre de charges libres générées étant proportionnelle au flux de photons incidents, le courant sera donc proportionnel au flux lumineux. Les détecteurs les plus classiques utilisant ce principe sont les photodiodes et les détecteurs à transfert de charges (capteur CCD Charged Coupled Device).